



FÍSICA-QUÍMICA 1º BACHILLERATO

TEMA 1: CÁLCULO VECTORIAL Y CINEMÁTICA

CONTENIDOS

1. Magnitudes escalares y vectoriales. Vectores fijos y vectores libres.
2. Gráficamente: suma $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ y resta $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ de vectores libres. Producto de un vector por un escalar $k \mathbf{a}$.
3. Sistema de referencia. Expresión de un vector en función de los vectores unitarios \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} . Módulo de un vector. Descomposición de un vector en componentes. Operaciones con vectores utilizando sus componentes.
4. Producto escalar $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ y producto vectorial $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ de dos vectores.
5. Vector de posición \mathbf{r} . Vector desplazamiento $\Delta \mathbf{r}$. Espacio recorrido e .
6. Velocidad media \mathbf{v}_m y velocidad instantánea \mathbf{v} . Rapidez o celeridad v . Reglas sencillas de derivación.
7. Aceleración media \mathbf{a}_m y aceleración instantánea \mathbf{a} . Componentes intrínsecas de la aceleración a_n y a_t .
8. Clasificación de los movimientos de acuerdo con su velocidad (uniformes o acelerados) y de acuerdo con su trayectoria (rectilínea o curvilínea).
9. Ecuación del movimiento rectilíneo uniforme. Reglas sencillas de integración. Gráficas posición-tiempo y velocidad-tiempo. Identificar el espacio recorrido sobre estas gráficas.
10. Ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Gráficas posición-tiempo y velocidad-tiempo. Encuentro de dos móviles.
11. Composición de movimientos. Casos importantes: tiro horizontal y tiro oblicuo.
12. Movimiento circular: posición angular (φ) y velocidad angular (ω). Relación con las magnitudes lineales: $e = r \cdot \varphi$; $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$ (momento de un vector respecto de un punto) y $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{r} \times \mathbf{a}$.
13. Ecuaciones del movimiento circular uniforme y uniformemente acelerado.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Cálculo vectorial

1. Define magnitud escalar y vectorial.
2. El origen de un vector \mathbf{v} es el punto (3, 2, 0) y su extremo es el punto (1, 4, 0). Representalo y exprésalo en función de los vectores unitarios.
3. La componente \mathbf{a}_x de un vector \mathbf{a} es $3 \mathbf{i}$. Por otra parte, se sabe que $|\mathbf{a}_y| = -2 \cdot |\mathbf{a}_x|$. ¿Cuánto vale su módulo?
4. El módulo de una fuerza es 5 N y forma un ángulo de 30° con el eje x. Expresa esta fuerza en función de los vectores unitarios.
5. Sobre un cuerpo actúan dos fuerzas. \mathbf{F}_1 vale 5 N y forma un ángulo de 30° con el eje x y \mathbf{F}_2 vale 4 N y forma un ángulo de 60° con el eje x. Dibuja los vectores $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ y $\mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2$ y calcúlalos analíticamente.
6. Dados los vectores: $\mathbf{a} = 3 \mathbf{i} - 5 \mathbf{j}$ y $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$, calcula $\mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$, $\mathbf{b} - \mathbf{a}$, $-\mathbf{b}$.
7. ¿Qué ángulo forma el vector $\mathbf{v} = 5 \mathbf{i} - \mathbf{j}$ con el vector unitario \mathbf{i} ?

8. Si desplazamos el origen del sistema de referencia desde el punto (0, 0, 0) al punto (4, 0, 0), ¿cómo debemos expresar ahora el vector $\mathbf{a} = 3 \mathbf{i} - 2 \mathbf{j}$ en el nuevo sistema de referencia?

Magnitudes del movimiento

9. Un objeto se encuentra en la posición (4, 0, 0). Expresa su vector de posición. Posteriormente el objeto se mueve a la posición (3, 3, 0). Calcula el vector desplazamiento. ¿Qué espacio ha recorrido el objeto como mínimo?
10. El movimiento de un objeto viene dado por el vector $\mathbf{r} = 3 \cdot t \cdot \mathbf{i} + (4 - 5 \cdot t^2) \cdot \mathbf{j}$ en el S.I. ¿Cuál es su posición inicial \mathbf{r}_0 ? ¿Cuál es su posición a los 2 segundos $\mathbf{r}(2)$? ¿Cuál ha sido el desplazamiento $\Delta \mathbf{r}$?
11. La longitud de la aguja horaria de un reloj de pared es 5 cm. Expresa en función de los vectores unitarios la posición de la punta de la aguja a las 12:00 horas y a las 13:00 horas.
12. La posición inicial de un objeto es (-2, 0, 0) en metros. En cinco segundos sufre un desplazamiento $\Delta \mathbf{r} = 5 \mathbf{i} + 2 \mathbf{j}$. Determina la posición final, la velocidad media y la rapidez media.
13. La velocidad de un objeto es $\mathbf{v} = 50 \mathbf{i} - 100 \mathbf{j}$ (m/s). ¿Cuál es su rapidez? Si la velocidad es constante, ¿cuál será su desplazamiento en 0'2 segundos?
14. La componente x de la velocidad de un objeto viene dada por $v_x = 3 t^2 - 10 t + 25$ y la componente v_y es constantemente igual a 2 m/s, y está dirigida hacia abajo. Expresa en función de los vectores unitarios la velocidad inicial \mathbf{v}_0 del objeto y la velocidad a los 3 segundos $\mathbf{v}(3)$. ¿Cuál ha sido la variación de velocidad $\Delta \mathbf{v}$?
15. La velocidad media de un barco es $\mathbf{v}_m = -10 \mathbf{i} + 15 \mathbf{j}$ en km/h ¿Cuál habrá sido el desplazamiento durante 3 horas? Si salió del punto de coordenadas (255, -50), ¿dónde se encontrará ahora?
16. La posición de un móvil viene dada por $\mathbf{r}(t) = (5 t + 10) \mathbf{i} + (-5 t^2 + 15 t + 50) \mathbf{j}$. Calcula su velocidad en todo instante $\mathbf{v}(t)$. ¿En qué instante se hace nula la componente v_y ? Calcula el módulo de la velocidad en ese instante.
17. La velocidad inicial de un objeto es $\mathbf{v}_0 = (3 \mathbf{i} + 5 \mathbf{j})$ m/s y al cabo de 10 segundos es $\mathbf{v} = (3 \mathbf{i} - 5 \mathbf{j})$ m/s. Determina la aceleración media.
18. La velocidad inicial de un cuerpo es 10 m/s en una dirección que forma 30° sobre el eje x. Su aceleración constante es 10 m/s^2 y está dirigida hacia abajo. Expresa en función de los vectores unitarios la velocidad inicial \mathbf{v}_0 y la aceleración \mathbf{a} del objeto. Calcula la velocidad del objeto a los tres segundos de iniciar el movimiento.
19. La velocidad de un cuerpo viene dada por $\mathbf{v}(t) = (5 t + 10) \mathbf{i} + -5 \mathbf{j}$. Calcula la aceleración. ¿Es una aceleración constante o variable?
20. Calcula la aceleración normal y tangencial de la punta de la aguja que marca los segundos, si su longitud es 15 mm.
21. Situando el sistema de referencia en un rincón de una habitación que mide $3 \times 3 \times 3$ metros, una mosca sigue un movimiento que viene dado por $\mathbf{r}(t) = (3 t + 2) \mathbf{i} + (4 - 2 t^2) \mathbf{j} + 2 \mathbf{k}$ (U. I.). Clasifica el movimiento de la mosca y determina si se estrellará antes contra el suelo o contra una de las paredes.

Tipos de movimiento

22. La posición de un cuerpo viene dada por $x = 300 - 50 \cdot t$ e $y = 25$. Escribe su vector de posición. ¿Qué tipo de trayectoria lleva? ¿Cuál es su posición inicial? ¿En qué momento

pasa por el origen?

23. Estamos observando desde un punto del arcén a un camión que viaja por un tramo recto de autovía a una velocidad constante de 90 km/h. En el momento en que pasa por delante nuestra ponemos en marcha un cronómetro. Elige un sistema de coordenadas y expresa su vector de posición y su velocidad en función del tiempo, en el sistema internacional.
- Cinco segundos más tarde pasa un segundo camión que viaja en el mismo sentido a 100 km/h. Expresa los vectores posición y velocidad de ambos camiones en este instante. Representa en una misma gráfica la posición de los camiones en función del tiempo. Calcula en qué instante el segundo camión adelantará al primero.
24. Un AVE sale de Madrid dirección Sevilla a las 8:00 horas viajando a 200 km/h. A las 8:15 sale otro AVE de Sevilla en dirección a Madrid a la misma velocidad. Si la distancia entre Sevilla y Madrid es de 480 km, ¿a qué distancia de Madrid se encontrarán? Representa la posición de ambos trenes en función del tiempo.
25. Dejamos caer una piedra desde la baranda de un puente de 50 m de altura. Un segundo más tarde lanzamos una segunda piedra hacia abajo a 20 m/s. Escribe las ecuaciones de movimiento de ambas piedras y determina si la segunda piedra alcanzará a la primera antes de llegar al suelo. Representa la posición y la velocidad de ambas piedras en función del tiempo.
26. Un paracaidista que cae con velocidad constante de 2 m/s dispara hacia arriba una pelota de goma con una velocidad inicial de 5 m/s. Determina cuántos segundos tardará la pelota en dar en la cabeza del paracaidista. Representa la posición de ambos móviles en función del tiempo.
27. Un autobús arranca con una aceleración de 1 m/s² durante dos segundos, mantiene su velocidad durante tres segundos y se detiene en 1'5 segundos. ¿Qué velocidad máxima alcanza? ¿Cuál es la aceleración en la tercera parte de su movimiento? ¿Cuál ha sido el desplazamiento en cada tramo?

Composición de movimientos

28. Desde un globo que se eleva con velocidad constante de 4 m/s dejamos caer un saco de arena a 100 m de altura. Determina el tiempo que el saco tarda en llegar al suelo.
29. Subidos en un ascensor se nos cae una moneda del bolsillo. Si el bolsillo está a 1 m de altura respecto al suelo del ascensor, determina el tiempo que tarda la moneda en caer: a) si el ascensor sube con velocidad constante de 4 m/s; b) si el ascensor acelera partiendo del reposo con una aceleración de 2 m/s².
30. En un río de 100 m de anchura hay dos embarcaderos situados uno frente al otro. Desde uno de ellos parte una barca. La velocidad de la barca respecto del agua es 2 m/s y la velocidad de la corriente es 1 m/s. Si el barquero dirige la proa en dirección perpendicular a la orilla, determina a qué distancia del segundo embarcadero tocará tierra y qué tiempo tardará en cruzar el río.
- ¿En qué dirección debería remar para que la barca avanzara realmente en dirección perpendicular a la orilla? ¿Qué tiempo tardaría en ese caso en cruzar el río?
31. Al pasar bajo un puente con su barca, un pescador deja caer una botella. El pescador rema a favor de la corriente, siendo la velocidad de la barca en relación al agua de 2 m/s. Mientras tanto, la botella avanza arrastrada por la corriente a 1 m/s. Diez segundos más tarde, el pescador descubre que la botella se ha caído, y rema hacia atrás para recogerla. ¿Durante cuánto tiempo deberá remar? - Para hacer este problema

puedes poner el sistema de referencia en el puente, en la barca, o incluso en la botella. ¿Dónde será más conveniente?

32. Calcula la ecuación de la trayectoria de una pelota de tenis que sale de la raqueta a 10 m/s formando un ángulo de 30° sobre la horizontal. ¿Pasará por encima de la red, situada a 7 m del tenista y con una altura de 1'20 m?
33. Un lápiz rueda por una mesa a una velocidad de 5 cm/s y cae por el borde. ¿A qué distancia de la pata de la mesa caerá el lápiz, si la altura de la mesa es 80 cm? Suponer que la pata está justo debajo del borde de la mesa.
34. Una catapulta lanza bolas de fuego con un ángulo de 45° a una velocidad de 20 m/s. ¿A qué distancia máxima de la base de una muralla de 9 m de altura debemos colocarla para que los proyectiles pasen por encima de ella?
35. Un futbolista chuta a 25 m/s formando un ángulo de 30° sobre la horizontal. ¿Qué altura máxima alcanza el balón? ¿Qué velocidad lleva en su punto más alto? ¿A qué distancia da el primer bote?
36. Desde lo alto de una torre de 20 m de altura, un arquero dispara flechas a 30 m/s con un ángulo de 45° . Un atacante que se encuentra a 300 m de la base de la muralla se acerca corriendo a 5 m/s. ¿Qué tiempo debe esperar para lanzar la flecha y acertar en el blanco móvil?

Movimiento circular

37. Un caballito de un tiovivo está situado a 4 m del centro de la atracción y un cochecito a 6 m. El tiovivo tarda 6'28 segundos en dar una vuelta. Calcula la velocidad lineal y la velocidad angular del caballito y del cochecito.
 - ▶ El tiovivo realiza 20 vueltas antes de pararse. Calcula el ángulo girado y el espacio recorrido por el caballito y por el cochecito.
38. Una taladradora gira 50 veces por segundo. Calcula la frecuencia, el periodo y la velocidad angular.
 - ▶ La taladradora anterior se detiene en 4 segundos. ¿Cuál ha sido la aceleración angular? ¿Cuántas vueltas ha dado antes de detenerse?
39. Expresa el ángulo en función del tiempo de las agujas que indican las horas y los minutos de un reloj.
 - ▶ A las doce en punto coinciden estas dos agujas. ¿A qué hora volverán a coincidir?
40. Un tractor avanza a 20 km/h. Las ruedas mayores tienen un radio de 1 m y las pequeñas tienen un radio de 50 cm. Calcula la velocidad angular, periodo y frecuencia de cada rueda.

Problemas abiertos

41. ¿En qué momento debe dejar caer un avión la ayuda humanitaria para que caiga en el centro del poblado?
42. Con un tirachinas estamos apuntando directamente a una manzana. Justo en el momento de soltar la piedra, la manzana se suelta del árbol y cae. ¿Hemos fallado el tiro?
43. ¿Qué ventaja máxima puede darle la liebre a la tortuga para ganar una carrera?
44. Dos planetas están alineados con el Sol. ¿Cuándo volverán a estar alineados?