



FÍSICA-QUÍMICA 1º BACHILLERATO

TEMA 1: CÁLCULO VECTORIAL Y CINEMÁTICA

CONTENIDOS

1. **Repaso de la cinemática en una dimensión:** posición sobre la trayectoria (s). Espacio recorrido y desplazamiento. Velocidad media (v_m) y aceleración media (a_m). Rapidez. Criterio de signos sobre la velocidad y la aceleración.
2. Clasificación de los movimientos de acuerdo con su velocidad (uniformes o acelerados) y de acuerdo con su trayectoria (rectilínea o curvilínea).
3. La velocidad instantánea como **derivada** de la posición y la aceleración instantánea como derivada de la velocidad. Reglas sencillas de derivación. Ecuaciones unidimensionales del movimiento.
4. La derivada como pendiente de una gráfica. La velocidad como la pendiente de la gráfica posición-tiempo. La aceleración como la pendiente de la gráfica velocidad-tiempo. El espacio recorrido como el área de la gráfica velocidad-tiempo.
5. **Magnitudes escalares y vectoriales.**
6. Suma y resta gráfica vectores: de la misma dirección, perpendiculares, con un ángulo cualquiera. Producto de un vector por un escalar k \mathbf{a} .
7. Sistema de referencia. Expresión de un vector en función de los vectores unitarios \mathbf{i} , \mathbf{j} . Módulo de un vector. Descomposición de un vector en componentes. Operaciones con vectores utilizando sus componentes.
8. Vector de posición \mathbf{r} . Diferencia entre el vector desplazamiento $\Delta\mathbf{r}$ y el espacio recorrido (e).
9. Vector velocidad media \mathbf{v}_m y vector velocidad instantánea \mathbf{v} . Módulo, dirección y sentido.
10. Vector aceleración \mathbf{a} : dirección y sentido en distintos movimientos rectilíneos y curvilíneos. Componentes intrínsecas de la aceleración a_n y a_t : dirección y sentido.
11. Ecuaciones vectoriales del movimiento.
12. **Principios de independencia y composición de movimientos.** Casos importantes: tiro horizontal y tiro oblicuo.
13. **Movimiento circular:** posición angular (φ) y velocidad angular (ω). Relación con las magnitudes lineales: $e = r \cdot \varphi$; $\omega = r \cdot v$ y $\alpha = r \cdot a_t$
14. Ecuaciones del movimiento circular uniforme y uniformemente acelerado.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Repaso de cinemática en una dimensión

1. ¿Qué significa que la *posición* de un cuerpo es $x = -2 \text{ m}$?
2. Un objeto se encuentra en el punto origen O y se mueve 100 m a la derecha en 20 segundos hasta el punto A. Luego se mueve 75 metros a la izquierda en 10 segundos hasta el punto B. Calcula la *velocidad media* y *rapidez media* en los movimientos OA, AB y OB. ¿Influiría en el resultado el hecho de que los movimientos fueran uniformes o acelerados?
3. Ordena de menor a mayor *aceleración*: a) Una manzana que alcanza los 4'9 m/s en 0'5 s. b) Un automóvil que acelera de 0 a 100 km/h en 6 s. c) Un guepardo que acelera de 2 m/s a 20 m/s en 3 s.

Derivadas y ecuaciones de movimiento

4. Obtén la velocidad instantánea y la aceleración a partir de las siguientes ecuaciones de movimiento. Luego clasifica los movimientos.

$$s(t) = 8; \quad s(t) = -3 \cdot t; \quad s(t) = 7 + t; \quad s(t) = 4 \cdot t^2; \quad s(t) = t^3 - 2t$$

5. La posición de un cuerpo sobre la trayectoria viene dada por $s = 14 - 5 \cdot t + 2 \cdot t^2$.
 - a. Determina la ecuación de la velocidad mediante derivación.
 - b. ¿Hacia dónde se mueve inicialmente?
 - c. ¿En qué momento cambia de sentido?
6. Un tren se encuentra acercándose a una estación, a 10 km de la misma, y moviéndose a 108 km/h.
 - a. Tomando como referencia la estación, escribe la ecuación de posición del tren en el Sistema Internacional de unidades.
 - b. ¿Cuánto tiempo tardará en llegar a la estación si continúa con esa velocidad?
 - c. Si se quiere detener en la estación, ¿con qué *aceleración* tendrá que frenar? Escribe la nueva ecuación de posición del tren y compara el tiempo que tardará ahora en llegar a la estación con el tiempo que has obtenido antes.
 - d. Si se detiene dos minutos y vuelve a acelerar hasta alcanzar los 108 km/h pasados 10 km de la estación, ¿cuál habrá sido la rapidez media en todo el recorrido (20 km)?
 - e. ¿Coinciden la velocidad media y la rapidez media?
7. Un avión contacta con la pista de aterrizaje a 216 km/h y frena uniformemente hasta detenerse a lo largo de los 1400 m de pista. ¿Cuál ha sido su *aceleración*? ¿Cuánto tiempo ha tardado en detenerse?
8. Muchos alumnos se equivocan por utilizar inapropiadamente la fórmula $v = s / t$. ¿Qué es lo que calculamos realmente con esta fórmula?
9. *Seguridad vial*: Una moto circula a la máxima velocidad permitida (50 km/h) por una avenida y divisa un semáforo que se pone rojo 50 metros por delante de él. Si la máxima aceleración que pueden proporcionar los frenos es de 5 m/s^2 , *comprueba si le da tiempo a frenar*. En el caso de que circulara a doble velocidad, ¿frenaría a tiempo?

10. Un coche arranca cuando un semáforo se pone en verde con una aceleración constante de $0'3 \text{ m/s}^2$. En ese momento es adelantado por una moto a 36 km/h . ¿Qué tiempo tardará el coche en alcanzar a la moto? ¿Qué velocidad tiene el coche en el momento de adelantar a la moto, en km/h ?
11. Estamos parados en el arcén de una carretera y pasa un camión a una velocidad constante de 90 km/h . Cinco segundos más tarde pasa un segundo camión que viaja en el mismo sentido a 100 km/h , y en este momento ponemos en marcha el cronómetro. Expresa la posición de ambos camiones en función del tiempo. Calcula en qué instante el segundo camión adelantará al primero.
12. Un autobús arranca con una aceleración de 1 m/s^2 durante dos segundos, mantiene su velocidad durante tres segundos y se detiene en $1'5$ segundos. ¿Qué velocidad máxima alcanza? ¿Cuál es la aceleración en la tercera parte de su movimiento? ¿Cuál ha sido el desplazamiento en cada tramo?
13. Al pasar bajo un puente con su barca, un pescador deja caer una botella. El pescador rema a favor de la corriente, siendo la velocidad de la barca en relación al agua de 2 m/s . Mientras tanto, la botella avanza arrastrada por la corriente a 1 m/s . Diez segundos más tarde, el pescador descubre que la botella se ha caído, y rema hacia atrás para recogerla. ¿Durante cuánto tiempo deberá remar? - Para hacer este problema puedes poner el sistema de referencia en el puente, en la barca, o incluso en la botella. ¿Dónde será más conveniente?

Gráficas

14. Rectifica las frases que encuentres erróneas: La pendiente de una carretera es...
 - a) ... el ángulo que forma la cuesta con la horizontal.
 - b) ... la derivada de la altura con respecto a la distancia horizontal.
 - c) ... el ritmo de cambio de la altura con respecto al avance.
 - d) ... el cociente entre el avance horizontal y la altura.
15. Ordena estos fragmentos para obtener frases con sentido:
 - a) La recta tangente / el eje x / la pendiente / en un punto / es / la tangente / de una curva / en dicho punto / del ángulo que forma / a la curva / y
 - b) El cociente / tienden a cero / es / de dos incrementos / una derivada / cuando ambos.
 - c) Entre dos puntos / es / la velocidad instantánea / infinitamente próximos / la velocidad media / de la trayectoria.
16. Representa la gráfica posición-tiempo del movimiento $x = 50 - 8 \cdot t$.
 - a. ¿De qué tipo de movimiento se trata? ¿Cuáles son sus características?
 - b. ¿Cuánto vale el desplazamiento en 2 segundos?
 - c. En la misma gráfica, representa la posición-tiempo de otro objeto $x = 2 \cdot t$ y localiza cuándo y dónde se cruzan.
17. La ecuación de velocidad de un objeto es $v = 20 - 5 \cdot t$.
 - a. ¿Qué tipo de movimiento es? ¿Cuál es son sus características?
 - b. Si su posición inicial es 10 metros a la izquierda del origen, escribe su ecuación de posición.

- c. Cuando han pasado 3 segundos, ¿cuál es su velocidad y qué espacio ha recorrido?
- d. Representa la velocidad frente al tiempo y comprueba que el área bajo la gráfica entre 0 y 3 segundos corresponde con el espacio recorrido.

Movimiento bajo la acción de la gravedad

18. Se lanza hacia arriba un plato con una velocidad de 29.4 m/s .
 - a. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza y qué tiempo tarda en alcanzarla?
 - b. Un segundo más tarde se dispara una bala para que impacte contra el plato en el punto más alto de su trayectoria. ¿A qué velocidad hay que lanzarla?
19. Se deja caer un cuerpo desde lo alto de un rascacielos. Un segundo más tarde se deja caer otro objeto. ¿A qué distancia se encuentra el primero en el momento de soltar el segundo? Conforme pasa el tiempo, ¿aumenta esta distancia o se mantiene constante?
20. Dejamos caer una piedra desde la baranda de un puente de 50 m de altura. Un segundo más tarde lanzamos una segunda piedra hacia abajo a 20 m/s . Escribe las ecuaciones de movimiento de ambas piedras y determina si la segunda piedra alcanzará a la primera antes de llegar al suelo. Representa la posición y la velocidad de ambas piedras en función del tiempo.
21. Desde un globo que se eleva con velocidad constante de 4 m/s dejamos caer un saco de arena a 100 m de altura. Determina el tiempo que el saco tarda en llegar al suelo.
22. Un paracaidista que cae con velocidad constante de 2 m/s dispara hacia arriba una pelota de goma con una velocidad inicial (respecto al paracaidista) de 5 m/s . Determina cuántos segundos tardará la pelota en dar en la cabeza del paracaidista. Representa la posición de ambos móviles en función del tiempo.
23. Subidos en un ascensor se nos cae una moneda del bolsillo. Si el bolsillo está a 1 m de altura respecto al suelo del ascensor, determina el tiempo que tarda la moneda en caer:
 - a) si el ascensor sube con velocidad constante de 4 m/s ;
 - b) si el ascensor acelera partiendo del reposo con una aceleración de 2 m/s^2 .

Cálculo vectorial y magnitudes del movimiento

24. Dados los vectores: $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$ y $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$, calcula $\mathbf{a} + \mathbf{b}$, $3 \cdot \mathbf{b}$, $\mathbf{b} - \mathbf{a}$, $-\mathbf{b}$.
25. Un objeto se desplaza desde el punto $(2,3)$ hasta el punto $(-1, -1)$. Expresa el vector desplazamiento en función de los vectores unitarios \mathbf{i} y \mathbf{j} . Suponiendo que el movimiento ha sido rectilíneo, calcula el espacio recorrido.
26. La componente v_x de la velocidad de un objeto es $3\mathbf{i} \text{ m/s}$. Sabiendo que la velocidad forma 60° con la parte positiva del eje x , calcula el módulo de \mathbf{v} .
27. La velocidad de un objeto es 5 m/s y forma un ángulo de 30° con el eje x . Expresa esta velocidad en función de los vectores unitarios \mathbf{i} , \mathbf{j} .
28. Un cuerpo se mueve sobre una plataforma que también se mueve. El objeto se mueve respecto a la plataforma con una velocidad \mathbf{v}_1 que vale 5 m/s y forma un ángulo de 30° con el eje x . A su vez, la plataforma se mueve respecto al suelo con una velocidad \mathbf{v}_2 que vale 4 m/s y forma un ángulo de 60° con el eje x . Calcula las componentes de estas velocidades y , en función de ellas, expresa la velocidad real del objeto con respecto al suelo.

29. En un momento determinado del año, la Tierra se mueve a 30 m/s con relación al Sol, pero éste se mueve a 220 km/s (en dirección perpendicular) con relación al centro de la Galaxia. ¿A qué velocidad se mueve la Tierra con relación al centro de la galaxia?
30. Un objeto se encuentra en la posición (4,0). Expresa su vector de posición. Posteriormente el objeto se mueve a la posición (3, 3). Calcula la diferencia entre el vector de posición final menos el inicial ¿Cómo se le llama a esta diferencia? ¿En qué caso puede coincidir el espacio recorrido con el módulo de esta diferencia?
31. El movimiento de un objeto viene dado por el vector $\mathbf{r} = 3t \cdot \mathbf{i} + (4 - 5t^2) \cdot \mathbf{j}$ en el S.I. ¿Cuál es su posición inicial \mathbf{r}_0 ? ¿Cuál es su posición a los 2 segundos $\mathbf{r}(2)$? ¿Cuál ha sido el vector desplazamiento $\Delta\mathbf{r}$?
32. La longitud de la aguja pequeña de un reloj de pared es 5 cm. Si colocamos un sistema de referencia en el centro del reloj, expresa en función de los vectores unitarios la posición de la punta de la aguja a las doce en punto, a la una en punto, a las tres en punto, a las cuatro y media y a las seis en punto.
33. La posición inicial de un objeto es (-2, 0) en metros. En cinco segundos sufre un desplazamiento $\Delta\mathbf{r} = 5\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$. Determina la posición final y el vector velocidad media. ¿En qué condiciones coincidiría el módulo de la velocidad media con la rapidez media?
34. La velocidad instantánea de un objeto es $\mathbf{v} = 50\mathbf{i} - 100\mathbf{j}$ (m/s). ¿Cuál es su rapidez? Si la velocidad es constante, ¿cuál será su desplazamiento en 0'2 segundos?
35. La componente x de la velocidad de un objeto viene dada por $v_x = 3t^2 - 10t + 25$ y la componente v_y es constantemente igual a 2 m/s, y está dirigida hacia abajo. Expresa en función de los vectores unitarios la velocidad inicial \mathbf{v}_0 del objeto y la velocidad a los 3 segundos $\mathbf{v}(3)$. ¿Cuál ha sido la variación de velocidad $\Delta\mathbf{v}$ entre esos dos instantes y su vector aceleración media?
36. La velocidad media de un barco es $\mathbf{v}_m = -10\mathbf{i} + 15\mathbf{j}$ en km/h ¿Cuál habrá sido el desplazamiento durante 3 horas? Si salió del punto de coordenadas (255, -50) km, ¿dónde se encontrará ahora? ¿Podemos asegurar que la aceleración ha sido cero en todo momento?
37. La posición de un móvil viene dada por $\mathbf{r}(t) = (5t + 10)\mathbf{i} + (-5t^2 + 15t + 50)\mathbf{j}$ en el S.I.. Calcula su velocidad en todo instante $\mathbf{v}(t)$. Calcula el módulo de la velocidad a los 2 segundos. ¿En qué instante se hace nula la componente v_y ? Calcula el módulo de la velocidad en ese instante.
38. La velocidad inicial de un objeto es $\mathbf{v}_0 = (3\mathbf{i} + 5\mathbf{j})$ m/s y al cabo de 10 seg es $\mathbf{v} = (3\mathbf{i} - 5\mathbf{j})$ m/s. Determina la aceleración media.
39. La velocidad de un cuerpo viene dada por $\mathbf{v}(t) = (5t + 10)\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$. Calcula la aceleración. ¿Es un movimiento uniformemente acelerado?
40. Calcula la aceleración normal y tangencial de la punta de la aguja que marca los segundos, si su longitud es 15 mm.
41. Situando el sistema de referencia en un rincón de una habitación que mide 3 x 3 metros, una hormiga sigue un movimiento que viene dado por $\mathbf{r}(t) = (0'03t)\mathbf{i} + (1 + 0'02t^2)\mathbf{j}$ (S.I.). ¿Es un movimiento rectilíneo o curvilíneo? Representa la trayectoria en una cuadrícula y determina en qué momento se topará con una de las paredes.

42. La velocidad inicial de un cuerpo es 10 m/s en una dirección que forma 30° sobre el eje x. Su aceleración constante es 10 m/s^2 y está dirigida hacia abajo. Expresa en función de los vectores unitarios la velocidad inicial \mathbf{v}_0 y la aceleración \mathbf{a} del objeto. Escribe la ecuación de la velocidad del movimiento y calcula la velocidad del objeto a los tres segundos de iniciar el movimiento.
43. La posición de un cuerpo viene dada por $x = (300 - 50 \cdot t) \text{ m}$ e $y = 25 \text{ m}$. Escribe su vector de posición. ¿Qué tipo de trayectoria lleva? ¿Cuál es su posición inicial? ¿En qué momento pasa por el origen?

Composición de movimientos

44. Un avión se mueve a 1440 km/h respecto al aire circundante, pero comienza a experimentar un viento de 216 km/h formando 30° con la dirección de movimiento. ¿Cuál es la velocidad real del avión y qué ángulo se desvía de su dirección de movimiento? ¿A qué velocidad y con qué dirección debe moverse con respecto al aire para mantener su velocidad y rumbo iniciales?
45. En un río de 100 m de anchura hay dos embarcaderos situados uno frente al otro. Desde uno de ellos parte una barca. La velocidad de la barca respecto del agua es 2 m/s y la velocidad de la corriente es 1 m/s . Si el barquero dirige la proa en dirección perpendicular a la orilla, determina a qué distancia del segundo embarcadero tocará tierra y qué tiempo tardará en cruzar el río.
- ¿En qué dirección debería remar para que la barca avanzara realmente en dirección perpendicular a la orilla? ¿Qué tiempo tardaría en ese caso en cruzar el río?
46. Calcula la ecuación de la trayectoria de una pelota de tenis que sale de la raqueta a 10 m/s formando un ángulo de 30° sobre la horizontal. ¿Pasará por encima de la red, situada a 7 m del tenista y con una altura de $1'20 \text{ m}$?
47. Un lápiz rueda por una mesa a una velocidad de 5 cm/s y cae por el borde. ¿A qué distancia de la pata de la mesa caerá el lápiz, si la altura de la mesa es 80 cm ? Suponer que la pata está justo debajo del borde de la mesa.
48. Una catapulta lanza bolas de fuego con un ángulo de 45° a una velocidad de 20 m/s . ¿A qué distancia máxima de la base de una muralla de 9 m de altura debemos colocarla para que los proyectiles pasen justo por encima de ella?
49. Un futbolista chuta a 25 m/s formando un ángulo de 30° sobre la horizontal. ¿Qué altura máxima alcanza el balón? ¿Qué velocidad lleva en su punto más alto? ¿A qué distancia da el primer bote?
50. Desde lo alto de una torre de 20 m de altura, un arquero dispara flechas a 30 m/s con un ángulo de 45° . Un atacante, que se encuentra a 300 m de la base de la muralla, se acerca corriendo a 5 m/s . ¿Qué tiempo debe esperar para lanzar la flecha y acertar en el blanco móvil?

Movimiento circular

51. Un caballito de un tiovivo está situado a 4 m del centro de la atracción y un cochecito a 6 m . El tiovivo tarda $6'28$ segundos en dar una vuelta. Calcula la velocidad lineal y la velocidad angular del caballito y del cochecito.
- El tiovivo realiza 20 vueltas antes de pararse. Calcula el ángulo girado y el espacio recorrido por el caballito y por el cochecito.
52. Una taladradora gira 50 veces por segundo. Calcula la frecuencia, el periodo y la velocidad angular.

- La taladradora anterior se detiene en 4 segundos. ¿Cuál ha sido la aceleración angular? ¿Cuántas vueltas ha dado antes de detenerse?
53. Expresa el ángulo en función del tiempo de las agujas que indican las horas y los minutos de un reloj.
- A las doce en punto coinciden estas dos agujas. ¿A qué hora volverán a coincidir?
54. Un tractor avanza a 20 km/h. Las ruedas mayores tienen un radio de 1 m y las pequeñas tienen un radio de 50 cm. Calcula la velocidad angular, periodo y frecuencia de cada rueda.
55. Conduciendo con el automóvil, tomamos una curva después de un tramo recto. El módulo de la velocidad va disminuyendo durante el tramo recto, pero se mantiene constante en la curva. Después de la curva viene un nuevo tramo recto, en el que volvemos a acelerar. Esboza el vector aceleración en cada uno de los tres tramos, indicando si se trata de aceleración normal o tangencial.
56. ¿Verdadero o falso?
- Un móvil puede tener una aceleración no nula en un instante en que su velocidad es nula.
 - Un móvil puede ver variar la dirección de su velocidad cuando su aceleración es constante.
 - Un móvil puede ver variar la dirección de su aceleración mientras el módulo de su velocidad se mantiene constante.
 - Un móvil puede tener un movimiento curvilíneo plano incluso si su aceleración mantiene siempre la misma dirección.
 - Un móvil puede tener un movimiento curvilíneo no plano incluso si su aceleración mantiene siempre la misma dirección.

Problemas abiertos

57. ¿En qué momento debe dejar caer un avión la ayuda humanitaria para que caiga en el centro del poblado?
58. Con un tirachinas estamos apuntando directamente a una manzana. Justo en el momento de soltar la piedra, la manzana se suelta del árbol y cae. ¿Hemos fallado el tiro?
59. ¿Qué ventaja máxima puede darle la liebre a la tortuga para ganar una carrera?
60. Dos planetas están alineados con el Sol. ¿Cuándo volverán a estar alineados?