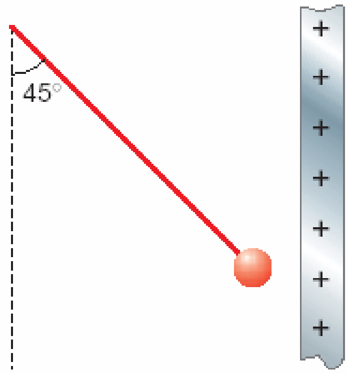
Ronda de las Huertas. Écija.
e-mail: emc2@tiscali.es

BOLETÍN DE PROBLEMAS RESUELTOS SOBRE CAMPO ELÉCTRICO



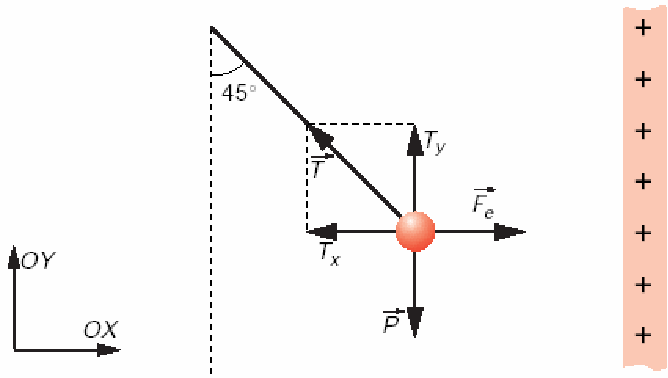
1. Una bolita, cargada eléctricamente, de 1 gramo de masa es atraída por una placa cargada de modo que forma un ángulo de 45° con la vertical, como se muestra en la figura:

a) Dibuja un diagrama con las fuerzas que actúan sobre la bola cuando se encuentra en equilibrio.

b) Si el campo eléctrico en las proximidades de la placa es de 1050 V ·m.1, calcula el módulo y el signo de la fuerza que actúa sobre la bolita.

c) Calcula la carga que posee la bola cuando se encuentra en equilibrio.

a) Sobre la bolita actúan las fuerzas que se indican en la siguiente figura. Estas fuerzas son su propio peso, $\vec{P}$; la fuerza eléctrica de atracción, $\vec{F}_e$, que se produce entre cargas de distinto signo, y la tensión que soporta el hilo, $\vec{T}$, cuya dirección y sentido son los que se indican:



b) Planteamos el equilibrio de fuerzas en direcciones OX y OY:

$$OX \rightarrow -T \cdot sen\ 45° + F_e = 0 \rightarrow T \cdot sen\ 45° = q \cdot E$$

$$OY \rightarrow T \cdot cos\ 45° - m \cdot g = 0 \rightarrow T \cdot cos\ 45° = m \cdot g$$

Sustituyendo valores en la segunda expresión, podemos calcular la tensión:

$$T \cdot cos\ 45° = m \cdot g \rightarrow$$

$$\rightarrow T = \frac{m \cdot g}{cos\ 45°} = \frac{10^{-3} \cdot 9,81}{cos\ 45°} = 1,387 \cdot 10^{-2}\ \text{N}$$

Conocida la tensión, resulta inmediato calcular la fuerza eléctrica:

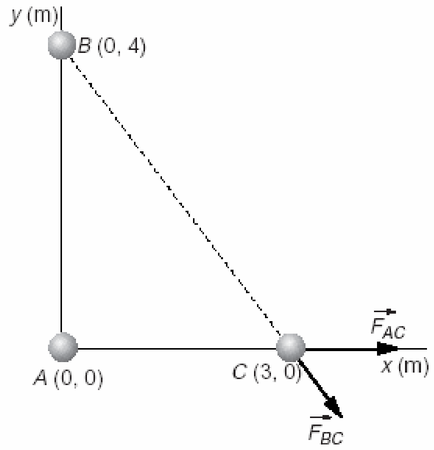
$$F_e = T \cdot sen\ 45° = 1,387 \cdot 10^{-2} \cdot sen\ 45° = 9,81 \cdot 10^{-3}\ \text{N}$$

c) Una vez calculada la fuerza eléctrica, podemos despejar la carga de la bolita:

$$F_e = q \cdot E \rightarrow q = \frac{F_e}{E} = \frac{9,81 \cdot 10^{-3}}{1\,050} = 9,34 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$$

2. Tres cargas iguales, de +100 µC, están situadas en el vacío, en los puntos A (0, 0), B (0, 4) y C (3, 0). Las coordenadas se expresan en metros. Calcula la fuerza que las dos primeras cargas ejercen sobre la tercera y el vector intensidad del campo eléctrico en el punto (3, 0).

La situación de las cargas es la que se muestra en la figura:



Para determinar la fuerza total que actúa sobre la carga *C* debido a la acción de *A* y *B*, aplicamos el principio de superposición, calculando por separado la fuerza que ejerce cada carga (*A* y *B*) sobre *C*, y sumando ambos resultados.

La fuerza que ejerce *A* sobre *C* es:

$$\vec{F}_{AC} = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \vec{u}_r = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{3^2} \cdot \vec{i} = 10 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

Para calcular la fuerza que ejerce *B* sobre *C*, calculamos en primer lugar el vector unitario de la dirección en que está dirigida esa fuerza:

$$\vec{u}_r = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \cdot \vec{i} = \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \cdot \vec{j}$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \vec{i} - \frac{4}{5} \cdot \vec{j} = 0{,}6 \cdot \vec{i} - 0{,}8 \cdot \vec{j}$$

Otra opción es descomponer trigonométricamente la fuerza **F**$_{BC}$ y proceder mediante cálculo de resultante. Este método del vector unitario es más rápido.

La fuerza que ejerce B sobre C es, por tanto:

$$\vec{F}_{BC} = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \vec{u}_r =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{3^2 + 4^2} \cdot (0,6 \cdot \vec{i} - 0,8 \cdot \vec{j}) =$$

$$= (2,16 \cdot \vec{i} - 2,88 \cdot \vec{j}) \text{ N}$$

Al sumar ambas fuerzas, resulta:

$$\vec{F} = \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BC} = (12,16 \cdot \vec{i} - 2,88 \cdot \vec{j}) \text{ N}$$

Para calcular la intensidad del campo eléctrico, aplicamos, al igual que en el apartado anterior, el principio de superposición.

Para la carga A resulta:

$$\vec{E}_{AC} = K \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{100 \cdot 10^{-6}}{3^2} \cdot \vec{i} = 100\,000 \cdot \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Mientras que para la carga B:

$$\vec{E}_{BC} = K \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{100 \cdot 10^{-6}}{3^2 + 4^2} \cdot (0,6 \cdot \vec{i} - 0,8 \cdot \vec{j}) =$$

$$= (2,16 \cdot \vec{i} - 2,88 \cdot \vec{j}) \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Al sumar ambos campos, obtenemos el resultado que nos piden:

$$\vec{E} = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC} = (12,16 \cdot \vec{i} - 2,88 \cdot \vec{j}) \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

3. En el interior de una nave espacial existen las siguientes cargas: 5 µC, –9 µC, 27 µC, –84 µC. Suponiendo que la constante dieléctrica del medio es ε0, calcula el flujo de campo eléctrico que atraviesa las paredes de la nave. Compara el número de líneas de campo que salen de la nave con el número de líneas que entran en ella.

El teorema de Gauss permite calcular el flujo que atraviesa una superficie cerrada, S. Para el campo eléctrico, el teorema de Gauss se enuncia en la forma:

$$\phi = \frac{Q_{int}}{\varepsilon}$$

expresión en la que Q_{int} es la carga total que encierra en su interior la superficie S, y ε, la constante dieléctrica del medio en que se encuentra dicha superficie.

El número de líneas que atraviesan la superficie por unidad de superficie es proporcional al flujo que existe. Podemos hablar de un flujo que entra (cuando las cargas eléctricas que encierra la superficie son negativas) y de un flujo que sale (cuando las cargas eléctricas que encierra son positivas).

De acuerdo con lo dicho, el flujo total que atravesará las paredes de la nave será:

$$\phi_{total} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon} = \frac{(5 - 9 + 27 - 84) \cdot 10^{-6}}{8,85 \cdot 10^{-12}} = -6,89 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-1}$$

Ahora queda determinar el debido a las cargas negativas:

El flujo que entra (correspondiente a las cargas negativas) es:

$$\phi_- = \frac{Q_{int(-)}}{\varepsilon} = \frac{(-9-84)\cdot 10^{-6}}{8,85\cdot 10^{-12}} = -10,51\cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-1}$$

Mientras que el flujo que sale (que corresponde a las cargas positivas) resulta ser el siguiente:

$$\phi_+ = \frac{Q_{int(+)}}{\varepsilon} = \frac{(5+27)\cdot 10^{-6}}{8,85\cdot 10^{-12}} = 3,62\cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-1}$$

En cuanto a la relación que existirá entre las líneas de campo que salen y las que entran, esta será:

$$\frac{\phi_-}{\phi_+} = \frac{10,51\cdot 10^6}{3,62\cdot 10^6} = 2,90$$

lo que significa que, por cada 10 líneas de campo que salen, entran 29.

4. Dos esferas metálicas, de 2 y 4 cm de radio, respectivamente, se encuentran en el vacío. Cada una de ellas posee una carga de 50 nC:

a) Calcula el potencial a que se encuentra cada esfera.

En cierto instante, se unen ambas esferas mediante un conductor. Calcula:

b) El potencial a que se encuentra cada esfera tras unirse.

c) La carga que posee cada esfera tras la unión.

a) El potencial de una esfera cargada es:

$$V = K\cdot\frac{Q}{R}.$$

Por tanto, para cada una de las esferas del enunciado obtenemos:

$$V_1 = K\cdot\frac{Q}{R_1} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{50\cdot 10^{-9}}{2\cdot 10^{-2}} = 22\,500 \text{ V}$$

$$V_2 = K\cdot\frac{Q}{R_2} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{50\cdot 10^{-9}}{4\cdot 10^{-2}} = 11\,250 \text{ V}$$

b) Cuando ambas esferas se unen, se inicia una transferencia de carga eléctrica, que cesa cuando las dos se encuentran al mismo potencial. En ese caso, se cumple la siguiente relación:

$$V_1 = V_2 \rightarrow \frac{Q'_1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot R_1} = \frac{Q'_2}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot R_2} = \frac{Q'_1}{R_1} = \frac{Q'_2}{R_2} \qquad [1]$$

Teniendo en cuenta, además, que la carga se conserva, resulta:

$$Q'_1 + Q'_2 = Q + Q = 2\cdot Q = 100 \text{ nC} \qquad [2]$$

Las ecuaciones [1] y [2] forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, Q'_1 y Q'_2. Para resolver el sistema, despejamos Q'_1 en la expresión [2] y sustituimos en la [1].

De ese modo, obtenemos la carga de la esfera de 4 cm de radio tras la unión:

$$\frac{100 - Q'_1}{2} = \frac{Q'_2}{4} = 2 \cdot Q'_2 = 400 - 4 \cdot Q'_2 \rightarrow Q'_2 = \frac{400}{6} = 66{,}67 \text{ nC}$$

y, por tanto, la carga de la esfera de 2 cm resulta:

$$Q'_1 = 100 - 66{,}67 = 33{,}33 \text{ nC}$$

c) El potencial al que quedan ambas esferas es:

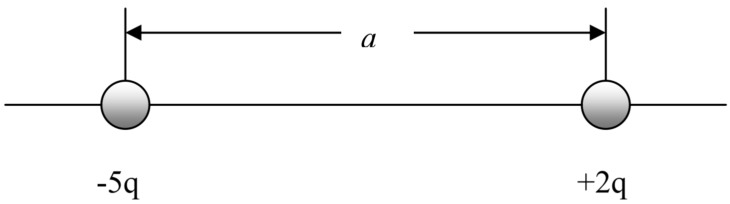
$$V = V_1 = V_2 \rightarrow V = K \cdot \frac{Q'_1}{R_1} = K \cdot \frac{Q'_2}{R_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{33{,}33 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-2}} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{66{,}67 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 10^{-2}} = 15\,000 \text{ V}$$

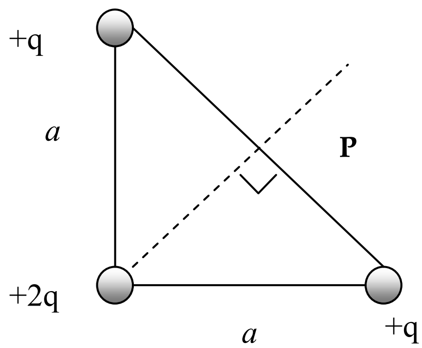
PROBLEMAS PROPUESTOS.

1. En un instante dado, las componentes de la velocidad de un electrón que se mueve entre dos placas paralelas cargadas son $V_x = 1.5\text{x}10^5$ m/s y $V_y = 0.30 \text{ x } 10^4$ m/s. Si el campo eléctrico entre las placas esta dado por **E** = $1.12\text{x}10^4$ **j** (N/C), a)¿Cuál es la aceleración del electrón. b) ¿Cuál será la velocidad del electrón cuando su coordenada X ha cambiado en 2 cm.

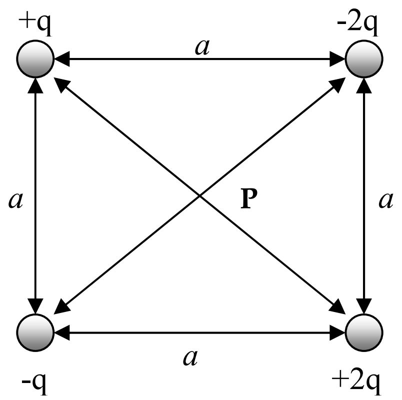
2. Localizar en la figura el punto (o puntos) para el (los) cual (les) el campo eléctrico es cero. b) Trácese un dibujo cualitativo que muestre a las líneas de fuerza. Considérese que la separación de cargas es 50cm.



3. Calcular la magnitud y la dirección de E en el punto P de la figura. (Dar el resultado en función de los datos ofrecidos)



4. ¿Cuál es la magnitud y la dirección de E en el centro del cuadrado en la figura ?. Suponer que q=1.0x10^{-8} C y que a = 5cm.



I.E.S. Nicolás Copérnico